

تعليقات في الحساب والهندسة

د. علي عثمان

هل القضية قضية صواب أم قضية خطأ؟

ارتأيت أن أورد أمثلة نقرر فيها "صواب" قضية (جملة) رياضية أو لا. كثيرة هي أخطاء التلاميذ أثناء تعاملهم مع مسائل من هذا النوع. عندما يُطلب من التلميذ الحكم إن كانت قضية من الصورة "إذا (أ) فإن (ب)" صواب فتجده "يفرض (ب) ويحاول أن يبرهن (أ)". يكون بهذا قد ترك القضية وتناول القضية العكسية لها، أي القضية ذات الصورة "إذا (ب) فإن (أ)". وهذا أشبه بما نقوله في حياتنا اليومية "فهمني بالعكس". كما هو معروف فإن "الفهم بالعكس" هو نوع من "سوء التفاهم" والذي قد يخلق الكثير من المشاكل الاجتماعية. لذا يجب الاهتمام بتعليم مسائل من هذا القبيل.

مثال: قرر إن كانت القضية الآتية صواب أم خطأ وعلل:

"إذا تساوى القطران في الشكل الرباعي فإن الشكل مستطيل"

جواب (غير صحيح): بما أن القطرين في المستطيل متساويان فالقضية صواب.

جواب (صحيح): القضية خطأ. من السهل رسم شكل رباعي بحيث أن قطريه متساويان وهو ليس مستطيلاً. (شكل

رباعي قطراه متساويان ولا ينصف أحدهما الآخر ليس مستطيلاً).

جواب (غير صحيح): القضية خطأ. الشكل ليس بالضرورة مستطيلاً، فقد يكون مربعاً.

(التعليل ليس صحيحاً. كؤن الشكل مربعاً لا ينفي كؤونه مستطيلاً. فإن كل مربع هو مستطيل).

نورد فيما يلي أمثلة لقضايا ونقرر إن كانت صواب أم خطأ ونعلل.

قَرِّرْ بالنسبة لكل قضيّة إن كانت قضيّة صواب أم قضيّة خطأ وعلل السبب.

1. إذا كان رقم أحاد عدد يساوي 4 فإنّ العدد يقسم على 4 بدون باقٍ.

جواب: القضيّة خطأ.

تعليل: العدد 14 رقم احاده 4 ولا يقسم على 4.

(جواب غير صحيح: القضيّة خطأ. لأنّ العدد 16 يقسم على 4 لكن رقم أحاده ليس 4. هذا جواب مناسب للقضيّة

العكسية التي في السؤال الآتي).



2. إذا كان العدد يقسم على 4 بدون باقٍ فإنّ رقم أحاده يساوي 4.

جواب: القضيّة خطأ.

تعليل: العدد 16 ينقسم على 4 وأحاده ليس 4.



3. يوجد عدد مكوّن من ثلاثة أرقام ، أرقامه هي 7 و3 و6 وهو يقبل القسمة بدون باقٍ على 4.

جواب: القضيّة صواب.

تعليل: العدد 376 (وكذلك العدد 736) من مضاعفات الـ 4.



4. إذا كان مجموع أرقام العدد من مضاعفات 7 فإنّ العدد يقبل القسمة على 7 بدون باقٍ.

جواب: القضيّة خطأ.

تعليل: مجموع أرقام العدد 43 ولكنه ليس من مضاعفات الـ 7.



5. يوجد عدد بحيث أنّ مجموع أرقامه 7 وهو يقبل القسمة على 5 بدون باقٍ.

جواب: القضية صواب. مثلاً: 25 (و 70 و 115 و 205 وغيرها كثير..).



6. يوجد عدنان بحيث أنّ مجموع أرقام أحدهما 7 ومجموع أرقام الآخر 10 بشرط أنّ مجموعهما يقبل القسمة

بدون باقٍ على 3 .

جواب: القضية خطأ.

تعليل: العدد الذي مجموع أرقامه 7 يقسم على 3 والباقي 1 وكذلك الأمر بالنسبة للعدد الذي مجموع أرقامه 10،

لذلك فإن مجموع العددين يقسم على 2 بدون باقٍ.



7. يوجد عدنان بحيث أنّ مجموع أرقام أحدهما 8 ومجموع أرقام الآخر 10 بشرط أنّ مجموعهما يقبل القسمة

بدون باقٍ على 21 .

جواب: القضية صواب.

تعليل: مثلاً العدنان 35 و28 (توجد أمثلة أخرى)



8. عدد أرقام العدد $10^{70} - 1$ يساوي 70 .

جواب: القضية صواب.

تعليل: العدد $10^2 - 1 = 99$ و $10^3 - 1 = 999$ و $10^4 - 1 = 9999$ نلاحظ أن عدد الأرقام 9 يساوي القوة .

نستنتج أن $10^{70} - 1 = 99999.....9$ ، حيث أن عدد الأرقام 9 يساوي 70.



9. عدد أرقام العدد $10^{70} - 81$ يساوي 68 .

جواب: القضية خطأ.

تعليل: $10^{70} - 81 = 10^{70} - 1 - 80 = 9999.....999 - 80 = 999.....919$.70



10. مجموع أرقام العدد $10^{30} - 1$ يساوي 270 .

جواب: القضية صواب.

تعليل: $10^{30} - 1 = 99999.....9$ حيث أن عدد الأرقام 9 يساوي 30.

لذلك فإن مجموع أرقام العدد $= 9 \times 30 = 270$.



11. مجموع أرقام العدد $10^{34} + 1$ يساوي 308 .

جواب: القضية خطأ.

تعليل: هذا العدد هو 1000.....0001 حيث أن عدد الأصفار يساوي 33. مجموع أرقامه $= 2$.



12. مجموع أرقام العدد $10^{51} - 8$ يساوي 452 .

القضية صواب.

تعليل: $10^{51} - 8 = 9999.....992$ ، حيث أن عدد الأرقام 9 يساوي 50 لذلك فإن مجموع الأرقام يساوي

$$.9 \times 50 + 2 = 452$$



13. يوجد مستطيل بحيث أنّ محيطه 70 سم ومساحته أكبر من 300 سم².

جواب: القضية صواب.

تعليل: مثلاً، الطول 18 سم والعرض 17 سم، لأن: $17 \times 18 = 306$ (الطول + العرض = 35 سم. نبنى جدولاً لحاصل ضرب عددين مجموعها 35، نلاحظ من خلال الجدول أنه كلما صغر الفرق بين الطول والعرض كلما كبر حاصل الضرب. توجد أمثلة أخرى مثل 16 سم و19 سم، وأمثلة يكون الطول والعرض كسرين في جوار 17 و18)).



14. يوجد مستطيل بحيث أنّ محيطه 100 سم ومساحته تساوي 96 سم².

جواب: القضية صواب.

تعليل: يوجد حل واحد وهو المستطيل الذي طوله 48 سم وعرضه 2 سم.



15. يوجد مستطيل بحيث أنّ محيطه 22 سم ومساحته تساوي $5\frac{1}{4}$ سم².

جواب: القضية صواب.

تعليل: بعدا المستطيل هما 0.5 سم و 10.5 سم.



16. يوجد مستطيل بحيث أنّ محيطه 30 سم ومساحته أصغر من 8 سم².

جواب: القضية صواب.

تعليل: مثلاً المستطيل الذي بعداه 0.5 سم، 14.5 سم. (مثال آخر: البعدان 0.1 سم و 14.9 سم).



17. يوجد مستطيل بحيث أن محيطه 100 سم ومساحته أصغر من $\frac{1}{4}$ سم².

جواب: القضية صواب.

تعليل: مثلاً المستطيل الذي بعداه 0.005 سم ، 49.995 سم . (مثال آخر: البعدان 0.001 سم و 49.999 سم).



18. يوجد مستطيل بحيث أن محيطه 1000 سم ومساحته أكبر من 6 متر مربع.

جواب: القضية صواب.

تعليل: 1000 سم = 10 م . نبحث عن عددين مجموعهما 5 وحاصل ضربهما أكبر من 6. مثلاً: (2.2 و 2.8)

أو (2.5 و 2.5) أو (2.4 و 2.6) وغيرها كثير....).



19. يوجد مستطيل بحيث أن مساحته 28 سم² ومحيطه أكبر من 224 سم.

جواب: القضية صواب.

تعليل: الطول + العرض أكبر من 112 . نختار مثلاً الطول 112 سم والعرض $\frac{1}{4}$ سم.

(لو اخترنا أي عدد a أكبر من 112 والعدد الثاني $\frac{28}{a}$ فإن حاصل ضرب العددين = 28 ومجموعهما أكبر من

(112).



20. يوجد مستطيل بحيث أن مساحته 10 سم² ومحيطه أكبر من 2000 سم.

جواب: القضية صواب. تعليل: نختار الطول عدداً كبيراً فيكون العرض عدداً صغيراً. الطول + العرض يجب أن

يكون أكبر من 1000 سم . نختار الطول مثلاً 1000 سم فيكون العرض 0.01 سم. واضح أن المحيط يساوي

2000.02 سم. (توجد الكثير من الأمثلة الأخر: الطول 2000 سم والعرض 0.005 سم).



21. لا يوجد مستطيل بحيث أن مساحته 1 متر² ومحيطه أكبر من 10000 متر.

جواب: القضية خطأ.

تعليل: بل يوجد الكثير من المستطيلات. مثلاً: الطول 5000 متر والعرض $\frac{1}{5000}$ متر.

(مثال آخر: الطول 10000 متر والعرض $\frac{1}{10000}$ متر).



22. في مثلث، طول أحد الأضلاع 19 سم وطول الارتفاع النازل عليه 20 سم، وطول ضلع آخر 25 سم. لذلك

فإن طول أحد ارتفاعات المثلث أكبر من 15.1759 وأصغر من 15.2091874 سم.

جواب: القضية صواب.

تعليل: المساحة = $\frac{1}{2} \times 25 \times \square = \frac{1}{2} \times 19 \times 20$ لذلك فإن طول الارتفاع النازل على الضلع الذي طوله 25 سم

يساوي: $\square = \frac{19 \times 20}{25} = 15.2$ سم. وهو موجود بين العددين المذكورين.



23. يوجد مثلث بحيث أن طول أحد أضلاعه 15 سم وطول الارتفاع النازل عليه 23 سم وطول ضلع آخر من

أضلاعه 13 سم.

جواب: القضية خطأ.

تعليل: كل ضلع غير الضلع الذي ينزل عليه الارتفاع أكبر من الارتفاع (أو يساويه). أي أن الضلع الآخر لا يمكن أن

يكون 13 سم، بل يجب أن يكون أكبر، أو يساوي، 23 سم.



24. يوجد مثلث بحيث أنّ أطوال أضلاعه 7 سم و 24 سم و 25 سم، وأطوال ارتفاعاته (ليست حسب الترتيب)

7 سم، 24 سم و 6.72 سم.

جواب: القضية صواب.

تعليل: انتبه أن المثلث قائم الزاوية استناداً إلى نظرية فيثاغوروس.



25. العدد 3857193819 هو عدد أولي.

جواب: القضية خطأ.

تعليل: هذا يقسم على 19 بدون باقٍ.

(هذا العدد يساوي $3800000000 + 570000000 + 190000 + 3800 + 19$ فهو مجموع أعداد تقبل القسمة بدون باقٍ

على 19).



26. يوجد عدنان أوليان مجموعهما يساوي 10413260130523915.

جواب: القضية خطأ.

تعليل: بما أن المجموع فردي لذلك فإن أحد العددين 2 (لأن 2 هو العدد الأولي الزوجي الوحيد). لذلك فإن العدد

الأخر يساوي