

7. حل معادلات باستعمال التعويض

$$(1) \text{ حل المعادلة } x^2 - 13x + 36 = 0 .$$

اعتمد على حل المعادلة السابقة واستعمل التعويض لحل كل واحدة من المعادلات التالية:

$$أ. (7x+1)^2 - 13(7x+1) + 36 = 0$$

$$ب. (3x-1)^2 - 13(3x-1) + 36 = 0$$

$$ج. (\sqrt{x}-1)^2 - 13(\sqrt{x}-1) + 36 = 0$$

$$د. (\sqrt{x}+1)^2 - 13(\sqrt{x}+1) + 36 = 0$$

$$هـ. x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$ز. (x+1)^4 - 13(x+1)^2 + 36 = 0$$

$$ح. (5x+1)^4 - 13(5x+1)^2 + 36 = 0$$

$$ط. (\sqrt{x}-1)^4 - 13(\sqrt{x}-1)^2 + 36 = 0$$

$$ي. (x^2 + 2x - 1)^4 - 13(x^2 + 2x - 1)^2 + 36 = 0$$

حل فرع "ي" من سؤال 1:

$$(x^2 + 2x - 1)^4 - 13(x^2 + 2x - 1)^2 + 36 = 0$$

$$\text{نعوض: } t = (x^2 + 2x - 1)^2$$

$$\text{تصبح المعادلة: } t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 9 \quad \text{أو} \quad t = 4$$

$$(x^2 + 2x - 1)^2 = 9 \quad \text{أو} \quad (x^2 + 2x - 1)^2 = 4 \quad \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x - 1 = -2 \quad \text{أو} \quad x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$x^2 + 2x - 1 = -3 \quad \text{أو} \quad x^2 + 2x - 1 = 3 \quad \text{أو}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x^2 + 2x + 2 = 0 \quad \text{أو} \quad x^2 + 2x - 4 = 0 \quad \text{أو}$$

نحل كل معادلة على حده :

$$x = -3 \quad \text{أو} \quad x = 1 \quad \Leftrightarrow (x+3)(x-1) \quad \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = -1 \quad \Leftrightarrow (x+2)^2 \quad \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} \quad \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$\Delta = 4 - 8 < 0 \quad \text{لا يوجد لها حل حقيقي لأن} \quad x^2 + 2x + 2 = 0$$

جميع حلول المعادلة هي: $\{1, -3, -1, -1 + \sqrt{5}, -1 - \sqrt{5}\}$

$$(2) \text{ حل المعادلة } x^2 - 10x + 9 = 0 .$$

اعتمد على حل المعادلة السابقة والتعويض لأجل حل كل واحدة من المعادلات التالية:

$$أ. \quad (4x+1)^2 - 10(4x+1) + 9 = 0$$

$$ب. \quad (x^2 + x + 1)^2 - 10(x^2 + x + 1) + 9 = 0$$

$$ج. \quad (x^2 - 2x + 3)^2 - 10(x^2 - 2x) - 21 = 0$$

$$د. \quad x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$هـ. \quad (x+2)^4 - 10(x+2)^2 + 9 = 0$$

$$و. \quad (x+1)^4 - 10x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$ز. \quad (x-2)^4 - 10x^2 + 40x - 31 = 0$$

$$ح. \quad (x+3)^4 - 10x^2 - 60x - 81 = 0$$

$$ط. \quad (2x+1)^4 - 40x^2 - 40x - 1 = 0$$

$$ي. \quad (\sqrt{x}+1)^4 - 10(\sqrt{x}+1)^2 + 9 = 0$$

$$ك. \quad (\sqrt{x}-2)^4 - 10x + 40\sqrt{x} - 31 = 0$$

$$ل. \quad \left(\frac{2x+1}{4-x}\right)^4 - 10\left(\frac{2x+1}{4-x}\right)^2 + 9 = 0$$

$$م. \quad \left(\frac{x^2+1}{2x+3}\right) - 10\left(\frac{x^2+1}{2x+3}\right) + 9 = 0$$

حل فرع ط من سؤال 2:

$$(2x+1)^4 - 40x^2 - 40x - 1 = 0$$

$$(2x+1)^4 - 10(4x^2 + 4x) - 1 = 0$$

$$(2x+1)^4 - 10[(2x+1)^2 - 1] - 1 = 0$$

$$(2x+1)^4 - 10(2x+1)^2 + 9 = 0$$

$$نفرض أن \quad t = (2x+1)^2$$

نحصل على المعادلة: $t^2 - 10t + 9 = 0$ \Leftrightarrow $t = 1$ أو $t = 9$

$$(2x+1)^2 = 1 \quad \text{أو} \quad (2x+1)^2 = 9$$

$$2x+1 = -1 \quad \text{أو} \quad 2x+1 = 1 \quad \text{أو} \quad 2x+1 = -3 \quad \text{أو} \quad 2x+1 = 3 \quad \Leftrightarrow$$

$$x = -1 \quad \text{أو} \quad x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -2 \quad \text{أو} \quad x = 1 \quad \Leftrightarrow$$

مجموعة الحل هي: $\{-2, -1, 0, 1\}$

حل فرع "ي" من سؤال 2:

$$(\sqrt{x}+1)^4 - 10(\sqrt{x}+1)^2 + 9 = 0$$

نفرض أن: $t = (\sqrt{x}+1)^2$

نحصل على المعادلة: $t^2 - 10t + 9 = 0$ \Leftrightarrow $t = 1$ أو $t = 9$

$$(\sqrt{x}+1)^2 = 1 \quad \text{أو} \quad (\sqrt{x}+1)^2 = 9$$

$$\sqrt{x}+1 = -1 \quad \text{أو} \quad \sqrt{x}+1 = 1 \quad \text{أو} \quad \sqrt{x}+1 = -3 \quad \text{أو} \quad \sqrt{x}+1 = 3 \quad \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{x} = -2 \quad \text{أو} \quad \sqrt{x} = 0 \quad \text{أو} \quad \sqrt{x} = -4 \quad \text{أو} \quad \sqrt{x} = +2 \quad \Leftrightarrow$$

لكن $\sqrt{x} \geq 0$ لكل $x \geq 0$

لذلك لا يمكن أن يتحقق $\sqrt{x} = -4$ ولا يتحقق $\sqrt{x} = -2$

لذلك $x = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2$

$$x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0$$

مجموعة الحل هي: $\{0, 4\}$

(3) حل كل واحدة من المعادلات الآتية (استعن بالتعويض المناسب).

$$\text{أ. } x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$\text{ب. } x^8 - 5x^4 + 4 = 0$$

$$\text{ج. } (3x+1)^4 - 5(3x+1)^2 + 4 = 0$$

$$\text{د. } \left(\frac{7-x}{3+2x}\right)^2 - 5\left(\frac{7-x}{3+2x}\right) + 4 = 0$$

$$\text{هـ. } (x^2 - 5x + 4)^2 - 5(x^2 - 5x + 4) + 4 = 0$$

$$\text{و. } \left(\frac{x^2 + 2x - 4}{4x + 5}\right)^2 - 5\left(\frac{x^2 + 2x - 4}{4x + 5}\right) + 4 = 0$$